

Tentamen Statistiek 2e jaar (Külske)

Alle boeken en eigen notities toegestaan

Vrijdag 9 November 2007

1. Zij $X_1, X_2 \sim N(0, 1)$ o.o.i.v. Zij $T := \sqrt{2} \frac{\bar{X}}{S}$, waarbij \bar{X} het steekproefgemiddelde en S^2 de steekproefvariantie is.
Toon aan, dat $|T|$ dezelfde verdeling als $\frac{1}{|T|}$ heeft.
2. Laat X_1, X_2, \dots, X_n o.o.i.v. Poisson(λ) variabelen zijn.
 - a) Bereken de Maximum-Likelihood schatter $\hat{\lambda}$ voor λ .
 - b) Is hij zuiver? Is hij consistent? Is hij sufficient?
3. Voortzetting:
 - a) Bereken de Fisher-Informatie als functie van λ .
 - b) Ga na dat de Cramer-Rao afschatting voor deze schatter een gelijkheid wordt!
4. Zij X_1, X_2, \dots een rij van o.o.i.v. stochasten. Zij $\mathbf{E}(|X_i|^4) < \infty$.
Toon aan dat de stochast $\frac{1}{\sqrt{n \log n}} \sum_{i=1}^n X_i$ in waarschijnlijkheid naar 0 convergeert als $n \uparrow \infty$.
Hint: Gebruik de Markov-ongelijkheid, denk terug aan het bewijs van de sterke (!) wet van grote aantallen zoals gegeven in Kalma-Dehling.
5. Zijn de geboorten toevallig over de maanden verdeeld?
Bekijk de volgend data, die het aantal geboorten voor de maanden januari t/m december 2006 in een zekere stad weergeven.

252, 255, 240, 294, 281, 266, 295, 230, 257, 227, 229, 267

Kunnen wij de nul-hypothese van gelijke kansen voor een geboorte van $\frac{1}{12}$ voor alle maanden op een niveau van 5 percent afwijzen?

Doe een chi-kwadraat test! Hoe groot is de P -waarde?

Voor Ruurd Visser en Lieuwe Nicolai (niet-wiskundigen):
Alleen opgaven 1,2,5.

Success!